

Macroéconomie, L1
Thepthida Sopraseuth

La fonction de production
Devoir n°2. A rendre le 19 février 2019
Groupe 7

ELEMENTS DE CORRECTION

La fonction de production est

$$Y = AK^{0,3}L^{0,7}$$

avec A le niveau de technologie de l'économie ($A > 0$), K le stock de capital de l'entreprise et L le nombre de travailleurs de l'entreprise.

Pour toutes les questions de l'exercice, détaillez vos calculs pour expliquer votre réponse. 2 points par question.

1. Définir la nature des rendements d'échelle

Rendements d'échelle constants: quand on multiplie les facteurs de production choisis par l'entreprise par un nombre positif λ , on multiplie par le même nombre λ la production

démonstration:

$$A(\lambda K)^{0,3}(\lambda L)^{0,7} = \lambda^{0,3+0,7}AK^{0,3}L^{0,7} = \lambda Y$$

2. On note PMK la productivité marginale du capital? Montrez que $PMK = 0,3 \frac{Y}{K}$

$$PMK = \frac{dY}{dK} = A(0,3)K^{0,3-1}L^{0,7} = 0,3 \frac{AK^{0,3}L^{0,7}}{K} = 0,3 \frac{Y}{K}$$

3. Calculez $\frac{dPMK}{dK}$. Répondez à la question: Comment varie la PMK quand K augmente?

$$\frac{dPMK}{dK} = A(0,3)(0,3-1)K^{0,3-2}L^{0,7} = A(0,3)(-0,7)K^{0,3-2}L^{0,7} < 0 : \text{quand } K \text{ augmente, } PMK \text{ baisse.}$$

4. Calculez $\frac{dPMK}{dL}$. Répondez à la question: Comment varie la PMK quand L augmente?

$$\frac{dPMK}{dL} = A(0,3)K^{0,3-1}(0,7)L^{0,7-1} > 0 : \text{quand } L \text{ augmente, } PMK \text{ augmente. L'embauche de travailleurs améliore la } PMK$$

5. Calculez $\frac{dPMK}{dA}$. Répondez à la question: Comment varie la PMK quand A augmente?

$$\frac{dPMK}{dA} = (0,3)K^{0,3-1}L^{0,7} > 0 : \text{quand } A \text{ augmente, } PMK \text{ augmente. Le progrès technique améliore la } PMK$$

6. On note PML la productivité marginale du travail. Montrez que $PML = 0,7 \frac{Y}{L}$

$$PML = \frac{dY}{dL} = AK^{0,3}(0,7)L^{0,7-1} = 0,7 \frac{AK^{0,3}L^{0,7}}{L} = 0,7 \frac{Y}{L}$$

7. Calculez $\frac{dPML}{dL}$. Comment varie la PML quand L augmente?

$$\frac{dPML}{dL} = AK^{0,3}(0,7)(0,7-1)L^{0,7-2} = AK^{0,3}(0,7)(-0,3)L^{0,7-2} < 0 : \text{quand } L \text{ augmente, } PML \text{ baisse.}$$

8. Calculez $\frac{dPML}{dK}$. Comment varie la PML quand K augmente?

$$\frac{dPML}{dK} = A(0,3)K^{0,3-1}(0,7)L^{0,7-1} > 0 : \text{quand } K \text{ augmente, } PML \text{ augmente. L'achat de machines améliore la productivité marginale des travailleurs}$$

9. On note w le salaire réel dans l'économie. Montrez que, en concurrence parfaite, la part des salaires dans le PIB $\frac{wL}{Y}$ est 0.7

On a vu que $PML = 0,7 \frac{Y}{L}$ de sorte que $\frac{PML \times L}{Y} = 0,7$ (question 6)

En concurrence pure et parfaite, la maximisation du profit de la firme conduit à $w = PML$ (coût marginal du travail est égal à productivité marginale du travail) de sorte que $\frac{PML \times L}{Y} = 0,7$ est équivalent à $\frac{wL}{Y} = 0.7$

10. On note r le prix de location du capital, en termes réels, dans l'économie. Montrez que, en concurrence parfaite, la part du capital dans le PIB $\frac{rK}{Y}$ est 0.3

On a vu que $PMK = 0,3 \frac{Y}{K}$ de sorte que $\frac{PMK \times K}{Y} = 0,3$ (question 2)

En concurrence pure et parfaite, la maximisation du profit de la firme conduit à $r = PMK$ (coût marginal du capital est égal à productivité marginale du capital) de sorte que $\frac{PMK \times K}{Y} = 0,3$ est équivalent à $\frac{rK}{Y} = 0.3$